

Podstawienie (ang. *substitution*) – jest to skończony zbiór σ postaci $\{v_1/t_1, \dots, v_n/t_n\}$, gdzie v_i jest zmienną a t_i jest termem i $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ są różne między sobą. Każdy element zbioru σ jest nazywany wiązaniem (z ang. *binding*).

Podstawienie jest określane, jako „ground” jeżeli wszystkie termy są „ground”
jako „variable-pure” jeśli wszystkie t_i są zmiennymi

Jeżeli zachodzi podstawienie $v_i \rightarrow t_i$ to t_i nie może być zależne od v_i .

Przykład:

- podstawienie ground: $\{X/f(a), Y/a\}$
- podstawienie „variable-pure”: $\{X/Y\}$

Złożenie dwóch podstawień - $\sigma\delta$:

Niech będzie dane podstawienie $\sigma = \{u_1/s_1, u_2/s_2, \dots, u_m/s_m\}$ oraz $\delta = \{v_1/t_1, \dots, v_n/t_n\}$. Chcemy znaleźć $\sigma\delta$. Warto tu zapamiętać, że tworzymy sumę zbiorów tych dwóch podstawień i dodatkowo drugie podstawienie wykonujemy na termach pierwszego podstawienia:

$$\sigma\delta = \{u_1/s_1 \delta, u_2/s_2 \delta, \dots, u_m/s_m \delta, v_1/t_1, v_2/t_2, \dots, v_n/t_n\}$$

a następnie usuwamy:

- a) wszystkie wiązania $u_i/s_i \delta$ dla których $u_i = s_i \delta$,
- b) wszystkie elementy v_j/t_j dla których v_j należy do $\{u_1, u_2, \dots, u_m\}$.

Przykład:

$$\sigma = \{X/f(Y), Y/Z\}, \delta = \{X/a, Y/b, Z/Y\}$$

Podstawiamy w następującej kolejności:

$X \rightarrow f(Y) \rightarrow f(b)$, od razu: $X \rightarrow F(b)$,

$Y \rightarrow Y$ - odrzucamy, bo nie jest to podstawienie, nic nie wnosi,

$Y \rightarrow Z \rightarrow Y$

Wynikowe podstawienie wygląda tak: $\sigma\delta = \{X/f(b), Y/Y, X/a, X/b, Z/Y\}$.

Zgodnie z b) usuwamy $\{X/a, X/b\}$ oraz zgodnie z a) usuwamy Y/Y – wspomniane wyżej.

Ostatecznie, złożenie podstawień będzie wyglądało tak: $\sigma\delta = \{X/f(b), Z/Y\}$.

Wersje (ang. *variants*) – Niech E i F będą wyrażeniami. F i E są nazywane wersjami siebie nawzajem jeżeli są podstawienia σ i δ , takie, że:

$$E = F\sigma \text{ oraz } F = E\delta$$

Przykład 1:

$$E = p(f(X, Y), g(Z), a)$$

$$F = p(f(Y, X), g(U), a)$$

E jest wersją F , jeśli $E = F\sigma_1$

F jest wersją E , jeśli $F = E\delta_1$ (F powstanie, gdy w E podstawimy δ_1), gdzie

$$\sigma_1 = \{Y/X, X/Y, U/Z\}$$

$$\delta_1 = \{X/Y, Y/X, Z/U\}$$

Przykład 2:

$p(X, Y)$ nie jest wersją $p(X, X)$

bo $E \neq F\sigma_1$

$$F = E\delta_1$$

$\sigma_1 = \{X/X, X/Y\}$ – tak by musiało być, a tak być nie może, oraz:

$$\delta_1 = \{Y/X\}$$

Unifikacja – podstawienie, które sprawia, że każde wyrażenie w zbiorze jest identyczne z pozostałymi.

Jeśli $S = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$ jest zbiorem wyrażeń wtedy $S\sigma = \{E_1\sigma, E_2\sigma, \dots, E_n\sigma\}$. I jeżeli $S\sigma$ zawiera tylko jeden element, to takie podstawienie nazywamy **unifikatorem**.

Unifikator „mgu” (z ang. *most general unifier*) – σ jest mgu dla S jeśli dla każdego unifikatora δ z S istnieje podstawienie γ takie, że $\delta = \sigma\gamma$; (w wyniku użycia tego podstawienia tworzy się każde inne oraz w „mgu” nie musimy wiązać (podstawiać) wszystkich zmiennych).

Przykład

$$S = \{p(X, f(X, g(Y))), p(X, Z)\}$$

$\delta = \{X/a, Y/b, Z/f(a, g(b))\}$ jest jakimś unifikatorem, więc

$S\delta = \{p(a, f(a, g(b)))\}$ – jednoelementowy, ale δ nie jest „mgu”, bo możemy wykonać takie podstawienie: $\sigma = \{Z/f(X, g(Y))\}$, wtedy $S\sigma = \{p(X, f(X, g(Y)))\}$ i $\delta = \sigma\gamma$, gdy $\gamma = \{X/a, Y/b\}$

Przykłady nieunifikowalnych zbiorów:

$$\{p(X), q(X)\},$$

$$\{p(f(X), a), p(Y, f(W))\}$$

Zbiór niezgodności – D. Niech S będzie zbiorem prostych wyrażeń. Zbiór niezgodności D zbioru S jest zdefiniowany następująco:

- zlokalizuj pozycję najbardziej na lewo leżącego symbolu, na której nie wszystkie wyrażenia w S mają taki sam symbol.
- wybierz z każdego wyrażenia w S podwyrażenie zaczynające się na tej pozycji symbolu. Zbiór tych wyrażeń formuje nam zbiór niezgodności.

Przykład

$$S = \{p(f(X), h(Y), a), p(f(X), Z, a), p(f(X), h(Y), b)\}$$

$$D = \{h(Y), Z\}$$

$$S = \{P(X, f(Y, Z)), P(X, a), P(X, g(h(k(X))))\}$$

$$D = \{f(Y, Z), a, g(h(k(X)))\}$$

$$S = \{p(X), q(X)\}$$

$$D = \{p(X), q(X)\}$$

$$S = \{p(X), p(X)\}$$

$$D = \emptyset$$