

Ćwiczenia 1 - Schemat Hornera

1. Wyprowadź algorytm obliczania wartości wielomianu $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^{n-i}$ w dowolnym punkcie x przy możliwie minimalnej ilości działań arytmetycznych.
2. Przy pomocy schematu Hornera oblicz
 - $p(2)$, gdzie $p(x) = 10x^6 - 3x^5 - 2x^3 + 3x^2 - x + 4$
 - $p(3)$, gdzie $p(x) = 2x^7 - 5x^6 + 2x^5 - 14x^4 - 8x^2 - 2x$
3. Znaleźć współczynniki wielomianu będącym wynikiem dzielenia wielomianu $p(x) = 4x^5 + 4x^4 + 3x^3 + x^2 + 3x + 5$ przez dwumian $(x + 1)$.
4. Przy pomocy schematu Hornera oblicz $p(2)$, $p'(2)$, $p''(2)$, gdzie
 - $p(x) = x^6 - 3x^5 + 3x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 2x - 1$
 - $p(x) = x^5 - 2x^4 - x + 2$
5. Stosując uogólniony schemat Hornera znaleźć współczynniki rozwinięcia w szereg Taylora w punkcie $x = -1$ wielomianu $p(x) = x^5 - 2x^4 + x + 2$
6. Wyznaczyć schemat Hornera dla
 - $p(x) = \sum_{i=0}^n \frac{x^i}{i!}$
 - $p(x) = \sum_{i=0}^n \frac{a_i}{i!} x^i$
 - $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^{2i+1}$
 - $p(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + a_n(x - x_0)(x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_{n-1})$
7. Podać algorytm, wykorzystując jedynie operacje rzeczywiste, który oblicza wartość wielomianu $p(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$ w punkcie $z = \alpha + \beta i$
8. Oblicz wartość $p(1+2i)$ i $p'(1+2i)$, gdzie $p(x) = x^5 - 2x^3 + 3x^2 - x + 5$.
9. Napisz funkcję, która oblicza wartość wielomianu i jego pochodnych w danym punkcie (uogólniony schemat Hornera)

10. Napisz funkcję obliczania wartości wielomianu w punkcie $x = c$ minimalizującą liczbę działań arytmetycznych o nagłówku

```
double Horner (int n, double a[], double c)
```

11. Napisz funkcję obliczającą współczynniki ilorazu i resztę

```
void Dziel (int n, double a[], double c)
```

12. Wyprowadź algorytm obliczania wartości wielomianu $p(x) = \sum_{i=0}^n \frac{a_i}{2^i} x^i$ w dowolnym punkcie $x = c$ przy możliwie minimalnej ilości działań arytmetycznych. Następnie napisz funkcję realizującą ten algorytm, której parametrami będą $c, n, a_0, \dots, a_n$, a wynikiem $p(c)$.