

ĆWICZENIE 5. Wolfram Alpha:

Algebra liniowa. Obliczenia symboliczne i numeryczne

Rozwiązanie równań liniowych. Stosujemy instrukcję solve, npr. solve $x+y-z=1$, $x-2y-z=-2$, $3x-y+z=3$ lub bezpośrednio $x+y=5$, $x-y=-1$.

Zadanie 1. Rozwiązać układy równań:

a) $5x-7y+z=12$, $2x+3y-4z=-1$, $9x-y-5z=10$;

b) $5x-7y+z=12$, $10x-14y+2z=1$, $x+y-5z=4$.

Operacje macierzy.

Zadanie 2. Obliczyć:

a) Rząd macierzy $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & 6 \end{bmatrix}$;

b) Macierz odwrotną macierzy $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

Zadanie 3. Obliczyć wyznacznik macierzy: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & -1 & 7 \\ -1 & 3 & 8 & 3 \end{bmatrix}$.

Zadanie 4. Obliczyć wartości własne i wektory własne macierzy $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$.

Granice. W celu znalezienia granicę stosujemy instrukcję limit, npr.: limit [f(n), n -> infinity].

Zadanie 5. Znaleźć granicę:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^3+5n}$;

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$.

Dla zadania 6 stosujemy instrukcję limit, kiedy x dąży się do a : Limit [f [x], x ->a].

Zadanie 6. Znaleźć granicę:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{x}$;

b) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x^3}{1+x^3}$.

Pochodne

W celu znalezienia pochodnej funkcji $f(x)$ stosujemy instrukcje: $D[f[x], x]$.

Jeżeli chcemy znaleźć pochodną rzędu n -tego, to powinny napisać: $D[f[x], \{x, n\}]$.

W rzeczywistości, jeśli chcemy znaleźć pochodną cząstkową funkcji $f(x, y, \dots, z)$ zapiszemy w oknie: $D[f[x, y, \dots, z], i]$, gdzie i jest odpowiednią zmienną.

Jeżeli chcemy znaleźć pochodną cząstkową względem jakiejś zmiennej rzędu n , następnie należy wpisać: $D[f[x, y, \dots, z], \{i, n\}]$, która oznacza to samo co powyżej.

Zadanie 7. Znaleźć pochodną:

- $f'(x)$, gdzie $f(x) = e^x \ln x$;
- $f^{(v)}(x)$, gdzie $f(x) = x^2 e^x$;
- $f'_x(x, y)$, gdzie $f(x, y) = x^2 y^3 \cos(x - y)$;
- $f'_y(x, y)$, gdzie $f(x, y) = x^2 y^3 \cos(x - y)$;
- $f'''(x)$, gdzie $f(x) = \frac{2x}{x^2 - y^2}$.

Całki

W celu znalezienia całki nieoznaczonej funkcji $f(x)$ trzeba napisać: $\text{Integrate}[f[x], x]$.

Znaleźć całkę oznaczoną jest też bardzo prosto: $\text{Integrate}[f[x], \{x, a, b\}]$.

Zadanie 8. Znaleźć całki:

- $\int \frac{\cos x}{x^3} dx$;
- $\int x^2 \arccos x dx$;
- $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{x + \operatorname{tg} x}{x^2} dx$;
- $\int_2^{\infty} \frac{\ln(x^2 + 2)}{x^4} dx$.

Równania różniczkowe i ich układy

Aby znaleźć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ stosujemy instrukcję: $F[x, y, y', y'', \dots]$.

Jeśli trzeba rozwiązać problem Cauchy'ego, piszemy:

$F[x, y, y', y'', \dots], y[x_0] == y_0, y'[x_0] == y_1, \dots$

Jeśli chcemy uzyskać rozwiązanie zagadnienia granicznego, to piszemy warunki brzegowe, wymienione oddzielone przecinkami, i muszą być w postaci $y[x_0] == y_0$.

Rozwiązanie układów równań różniczkowych także proste, wystarczy napisać:

$\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$, gdzie f_1, f_2, \dots, f_n - równania różniczkowe występujące w układzie.

Zadanie 9. Znaleźć ogólne lub cząstkowe rozwiązanie:

a) $y''' - y'' + y' - y = \cos x$

b) $y'' - 2y' + y = \ln x$;

c) $y y'' - 2y'^2 - y^2 = 0$;

d) $y'' + y = 0$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$;

e) $y' + xy = x^2$, $y(1) = 1$;

f) $y''' - 3y'' + 3y' - y = 4x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 0$;

g) $\{y' + z' = 8, y' - 4z' = 2\}$.

Zadanie 10. Znaleźć rozwiązania numeryczne równań:

a) $e^{x^2} = 3 \sin x$;

b) $\operatorname{tg} x = x^3$ (z dokładnością 25 cyfr znaczących).